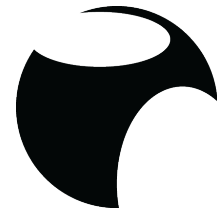


Uppgiftshäfte

Matteproppen

Senast reviderad inför Proppen 2023



**Uppsala teknolog-
och naturvetarkår**



UPPSALA
UNIVERSITET

TEKNAT
TEKNIK OCH NATURVETENSKAP

Innehåll

Uppdelning av häfte	1
Uppgifter	2
1 Block 1	2
1.1 Bråkräkning	2
1.2 Uttryck	2
1.3 Ekvationer och räta linjer	3
2 Block 2	5
2.1 Faktorisering	5
2.2 Kvadratkomplettering	6
3 Block 3	7
3.1 Pythagoras sats och radianer	7
3.2 Trigonometri	8
3.3 Trigonometriska uttryck	9
3.4 Trigonometriska ekvationer	9
4 Block 4	10
4.1 Potenser	10
4.2 Logaritmer	10
4.3 Logaritm- och exponentialfunktioner	11
5 Facit	12
5.1 Block 1	12
5.2 Block 2	14
5.3 Block 3	15
5.4 Block 4	16

Uppdelning av häfte

Varje block innehåller delar som påminner och kompletterar varandra.

Varje del i blocket är uppdelat i en A-del och en B-del, där A-delen är lite mer grundläggande medan B-delen är lite mer utmanande.

Inom varje block finns det också rekommenderade uppgifter. Dessa är utvalda för att täcka in majoriteten av teorin och för att du ska upptäcka om du behöver träna mer på något område. Till de som känner sig bekanta vid materialet finns det även några utvalda utmaningsuppgifter till varje block

Längst bak i detta häfte finns även facit och lösningsförslag för kontroll av uppgifterna.

Uppgifter

1 Block 1

De rekommendera uppgifterna för detta block är: 1c, 2ad, 3ad, 4ab, 5a, 7a, 8ac, 9ab, 10c, 11, 12bd, 14a, 15ac, 16ab, 17b, 18a, 19ab, 20d, 23a

Utmaningsuppgifterna för detta block är: 4e, 13, 18c, 20b, 23d

1.1 Bråkräkning

A

1. Skriv på enklaste bråkform

- (a) $\frac{6}{9}$
- (b) $\frac{18}{24}$
- (c) $\frac{7}{21}$
- (d) $\frac{45}{100}$

2. Beräkna

- (a) $\frac{3}{5} + \frac{4}{3}$
- (b) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$
- (c) $\frac{7}{8} + \frac{1}{3}$
- (d) $\frac{15}{12} - \frac{3}{5}$

3. Beräkna

- (a) $\frac{1}{7} \cdot \frac{14}{3} - \frac{1}{3}$
- (b) $\frac{24}{15} \cdot \frac{5}{16}$
- (c) $\frac{\frac{5}{6}}{\frac{15}{24}}$
- (d) $\frac{\frac{18}{35}}{\frac{12}{55}}$

B

4. Beräkna

- (a) $(\frac{5}{9} - \frac{1}{3}) \cdot \frac{3}{2}$
- (b) $\frac{\frac{3}{4} - \frac{5}{12}}{\frac{2}{3}}$
- (c) $\frac{\frac{1}{36}}{\frac{1}{18} + \frac{1}{3}}$
- (d) $\frac{\frac{24}{15}}{\frac{18}{25} \cdot \frac{5}{6}}$
- (e) $\frac{(1+\frac{1}{2})(1+\frac{1}{3})(1+\frac{1}{4})\cdots(1+\frac{1}{8})}{(1-\frac{1}{2})(1-\frac{1}{3})(1-\frac{1}{4})\cdots(1-\frac{1}{8})}$

5. Placera ut $<$, $>$ eller $=$ mellan uttrycken

- (a) $\frac{9}{8}$ och $\frac{8}{7}$
- (b) $\frac{1}{98}$ och $\frac{1}{99}$
- (c) $\frac{29}{147}$ och $\frac{1}{5}$

6. Finn ett bråk mellan uttrycken

- (a) $\frac{4}{5}$ och $\frac{8}{9}$
- (b) $\frac{5}{7}$ och $\frac{3}{4}$

1.2 Uttryck

A

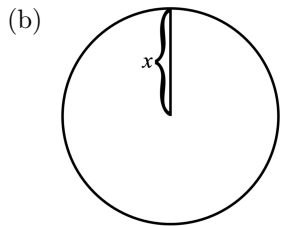
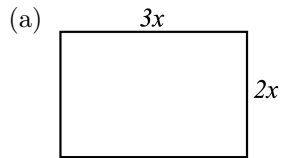
7. (a) Utveckla $2(x+2)$

(b) Förenkla $\frac{2}{2x+4}$

8. Förenkla uttrycket om det går

- (a) $\frac{3x}{3+6x}$
- (b) $\frac{3x}{1+3x}$
- (c) $\frac{5x}{7x^2+x}$
- (d) $\frac{10x^2}{4x^3+2x^2}$

9. Skriv ett uttryck för omkretsen samt arean för respektive figur



B

10. Förenkla följande uttryck

(a) $\frac{x+3}{(3-x)(2+x)} - \frac{5-x}{(3-x)(2-x)}$

(b) $\frac{\frac{2}{y}+3}{\frac{2}{y}-3}$

(c) $\frac{2}{\frac{t}{t+1} + \frac{t}{t-1}}$

(d) $(\frac{2}{K} + K)(K - \frac{1}{K})$

11. En cykelförsäljare bestämmer sig för att börja bygga cyklar, för att göra detta krävs en maskin som kostar 20000 kr. Att tillverka varje cykel kostar 1000 kr och cyklarna säljs sedan för 1500 kr. Efter hur många cyklar börjar försäljaren gå med vinst?

12. För vilka x är följande uttryck ej definerat

(a) $\frac{x}{3-x}$

(b) $\frac{2x}{3x+2}$

(c) $\frac{5x^2}{x^2-4}$

(d) $\frac{7x+3x^2}{2x^2-18}$

13. Förenkla uttrycket

$$\frac{2+x^2}{x+\frac{x^3}{2-x^2}} - \frac{\frac{3}{x}+1}{x+\frac{2x}{x-2}}$$

1.3 Ekvationer och räta linjer

A

14. Lös följande ekvationer

(a) $2x - 2 = 0$

(b) $4x - 4 = 2x$

15. Lös följande ekvationer

(a) $6x + 3 = 3x + 15$

(b) $5x + 2 = 3 - 2x$

(c) $x(x - 2) = 0$

(d) $(x + 2)(x - 3) = 0$

16. Lös följande ekvationer

(a) $\frac{x-2}{x+2} = 0$

(b) $\frac{x-2}{x-2} = 0$

(c) $\frac{x+3}{x-1} = 2$

(d) $\sqrt{x+2} = 3$

17. Skissa den räta linjen beskriven av:

- (a) $y = x + 1$
- (b) $y = -2x + 1$
- (c) $4x + 2y = -3$
- (d) $y = 3$

18. Lös följande ekvationssystem

- (a)
$$\begin{cases} y + x = 3 \\ 2y + 3x = 8 \end{cases}$$
- (b)
$$\begin{cases} x + 3y = 14 \\ x - 2y = 9 \end{cases}$$
- (c)
$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ 2x + y = 5 \\ x + 3y + 2z = 2 \end{cases}$$

19. Lös följande ekvationssystem

Ledning: Både a och b är heltal. Försök se svaret i uppgift (b) utan att räkna

- (a)
$$\begin{cases} a^2 - b^2 = 7 \\ a + b = 7 \end{cases}$$
- (b)
$$\begin{cases} \sqrt{a} + b = 11 \\ \sqrt{b} + 3a = 15 \end{cases}$$

B

20. Lös följande ekvationer

Ledning: Försök se svaret i uppgift (b) utan att räkna

- (a) $\frac{x^2+2x+3}{x-2} = \frac{4x+3}{x-2}$
- (b) $x + \sqrt[3]{x} = -2$
- (c) $\frac{5x}{6} - \frac{x+2}{9} = \frac{1}{2}$
- (d) $x^3 = 25x$

21. Beskriv med egna ord skillnaden mellan en ekvation och en funktion.

22. Lös ekvationen

Ledning: Försök se svaret i uppgiften utan att räkna

$$\frac{5x+3}{x^2} = x - 1$$

23. Finn funktionen för den räta linjen utifrån följande fakta

- (a) Linjen passerar punkterna $(3,0)$ och $(4,2)$
- (b) Linjen passerar punkterna $(-1,3)$ och $(3,-5)$
- (c) Linjen passerar punkterna $(-2,5)$ och $(1,2)$
- (d) Linjen passerar punkten $(-4,1)$ och är parallell med en linje $2x - 3y + 5 = 0$

24. Finn skärningspunkten mellan linjerna

- (a) $y = 2x + 5$ och $y = -2x + 1$
- (b) $y = 7$ och $2y + 3x = 0$
- (c) $y = ax + 3$ och $y = 2x + a$

2 Block 2

De rekommendera uppgifterna för detta block är: 1ab, 2bd, 3c, 4a, 5b, 6a, 7b, 8a, 9ab, 10a, 11b, 12a, 13a, 14a

Utmaningsuppgifterna för detta block är: 5c, 7d, 13d, 14ab, 15

2.1 Faktorisering

A

1. Utveckla

- (a) $(x + 2)(x - 2)$
- (b) $(3x + 5)(3x - 5)$
- (c) $(5 - x)(5 + x)$
- (d) $(y - z)(y + z)$

2. Utveckla

- (a) $(x + 2)^2$
- (b) $(x - 3)^2$
- (c) $(2 - x)^2$
- (d) $(8 + 2x)^2$

3. Faktorisera

- (a) $x^2 - 4$
- (b) $25 - x^2$
- (c) $9 - 6x + x^2$
- (d) $4x^2 + 16x + 16$

4. Faktorisera

- (a) $20x^2 - 20$

- (b) $2x^2 - 18$
- (c) $15q^2 - 60 + 45q$
- (d) $9x^2 - 1$

B

5. Faktorisera

- (a) $50x - 2x^3$
- (b) $81x^2 - 4$
- (c) $4b^2 + b - 3$
- (d) $\frac{4x^2 - 100x + 49}{7}$

6. Förenkla så långt som möjligt

- (a) $\frac{3x+6}{2x^3+4x^2}$
- (b) $\frac{x^2-25}{2x+10}$
- (c) $\frac{x^3-36x}{2x-12}$
- (d) $\frac{1}{z-5} - \frac{3}{5-z}$

7. Förenkla så långt som möjligt

- (a) $\frac{\frac{b}{a} - \frac{a}{b}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$
- (b) $\frac{\frac{a^3}{b} - ab}{\frac{a^2}{b} + a}$
- (c) $\frac{1}{y-y^2} - \frac{1}{y}$
- (d) $\frac{1}{b^2-4b} - \frac{2}{b^2-16}$

8. Förenkla och skriv utan rotuttryck i nämnaren

- (a) $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$
- (b) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$
- (c) $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

2.2 Kvadratkomplettering

A

9. Kvadratkomplettera uttrycket. Bestäm c så uttrycket blir en jämn kvadrat

- (a) $x^2 + 2x + c$
- (b) $y^2 - 10y + c$
- (c) $z^2 + 7z + c$
- (d) $w^2 - 20w + c$

10. Skriv om uttrycket som en skillnad mellan två kvadrater
Ledning: svaret ska vara på formen $(a + b)^2 - c^2$

- (a) $x^2 + 4x$
- (b) $x^2 - 6x$
- (c) $x^2 + 14x$
- (d) $x^2 - 20x$

11. Skriv om uttrycket som en skillnad mellan två kvadrater
Ledning: Använd resultatet i föregående uppgift

- (a) $x^2 + 4x - 5$
- (b) $x^2 - 6x + 5$
- (c) $x^2 + 14x + 46$
- (d) $x^2 - 20x - 1$

B

12. Faktorisera

- (a) $x^2 + 3x - 4$
- (b) $x^2 - 10x + 21$
- (c) $x^2 + 16x + 15$

13. Faktorisera

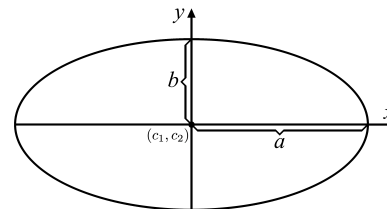
- (a) $a^2 + 6a + 2$
- (b) $8y + 1 + y^2$
- (c) $r^2 - \frac{11}{4} - 13r$
- (d) $2t^2 - 18t - \frac{38}{4}$

14. En cirkels ekvation har formen $(x - c_1)^2 + (y - c_2)^2 = r^2$ där (c_1, c_2) är cirkelns mittpunkt och r är radien. Ange mittpunkt och radie för följande cirklar:

- (a) $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 4$
- (b) $x^2 + y^2 - y - 2x + 1 = 0$

15. En ellips ekvation har formen $\frac{(x-c_1)^2}{a^2} + \frac{(y-c_2)^2}{b^2} = 1$ där (c_1, c_2) är ellipsens mittpunkt och a och b är de längsta avstånden från mittpunkten i x- respektive y-led (se bilden nedan). Ange mittpunkt och a samt b värde för följande ellips:

$$9y^2 + x(x + 6) = -\frac{27}{4}$$



3 Block 3

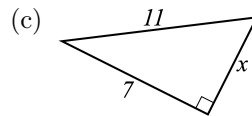
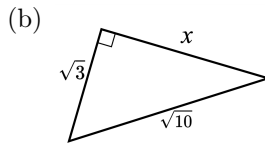
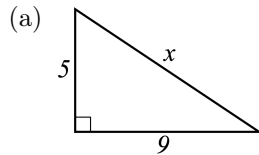
De rekommendera uppgifterna för detta block är: 1ab, 2abc, 3abc, 4a, 6ab, 7a, 8(vinklar abc), 9a, 10bc, 12b, 13a, 14a, 15a, 17a, 19

Utmaningsuppgifterna för detta block är: 16, 19, 20

3.1 Pythagoras sats och radianer

A

1. Bestäm längden x i triangeln



2. Omvandla till grader

- (a) π
- (b) $\frac{\pi}{2}$
- (c) $\frac{\pi}{4}$
- (d) $\frac{5\pi}{3}$

3. Omvandla till radianer

- (a) 60°
- (b) 30°
- (c) 270°
- (d) 135°

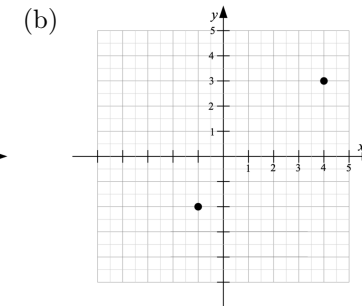
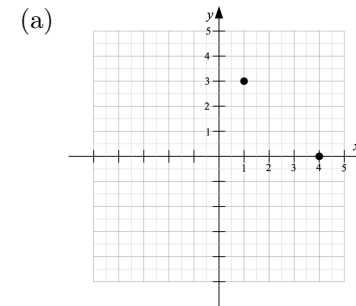
B

4. En rätvinklig triangel har sina hörnpunkter i $(2,-4)$, $(4,2)$ och $(6,-2)$.

Ledning: Skissa triangeln.

- (a) Beräkna längden av kateterna
- (b) Beräkna längden av hypotenusan
- (c) Beräkna arean

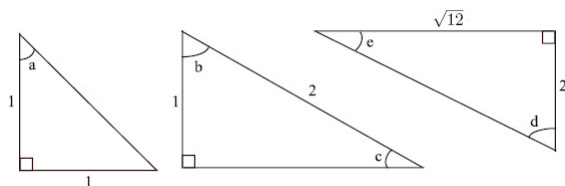
5. Bestäm avståndet mellan punkterna med hjälp av Pythagoras sats



3.2 Trigonometri

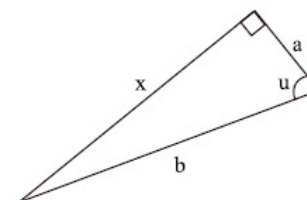
A

6. För följande vinklar, ange värdet för uttrycken $\sin(v)$ och $\cos(v)$.
- $v = 0$
 - $v = \frac{\pi}{2}$
7. För följande vinklar, ange värdet för uttrycken $\sin(v)$, $\cos(v)$ och $\tan(v)$.
- $v = \frac{-3\pi}{4}$
 - $v = \frac{\pi}{3}$
 - $v = 210^\circ$
 - $v = 150^\circ$
8. Ange både antalet grader och antalet radianer för vinklarna a , b , c , d och e .



B

9. Låt (x,y) vara koordinaterna för en punkt på enhetscirkeln med motsvarande vinkel v i det polära systemet. Bestäm värdet för uttrycken $\cos(v)$ och $\tan(v)$ om
- $\sin(v) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ och (x,y) ligger i första kvadranten
 - $\sin(v) = \frac{-1}{2}$ och (x,y) ligger i tredje kvadranten
 - $\sin(v) = 1$
 - $\sin(v) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ och (x,y) ligger i andra kvadranten
10. Bestäm konstanten k så att
- $\cos(v + \pi) = k \cdot \cos(v)$
 - $\cos(-v) = k \cdot \cos(v)$
 - $\sin(-v) = k \cdot \sin(v)$
11. Ange utifrån triangeln ett uttryck för
- x^2
 - $\cos(u)$
 - $\sin(u)$
 - $\sin^2(u) + \cos^2(u)$



3.3 Trigonometriska uttryck

A

12. Använd additionssatserna för $\cos(u + v)$ och $\sin(u + v)$ och visa att

(a) $\cos(2v) = \cos^2(v) - \sin^2(v)$

(b) $\sin(2v) = 2\sin(v)\cos(v)$

13. Skriv i termer av $\cos(v)$ och/eller $\sin(v)$

(a) $\cos(v - \pi)$

(b) $\cos(v - \frac{\pi}{2})$

(c) $\cos(v - \frac{7\pi}{6})$

(d) $-\sin(-\frac{\pi}{3} + v)$

14. Beräkna värdet för uttrycket $\sin(v)$ med hjälp av trigonometriska ettan samt följande fakta

(a) $\cos(v) = \frac{1}{3}$ och $0 < v < \pi$

(b) $\cos(v) = -\frac{5}{6}$ och $\pi < v < 2\pi$

B

15. Beräkna $\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$. Använd detta samt de trigonometriska additionssatserna för att beräkna

(a) $\cos(\frac{\pi}{12})$

(b) $\cos(\frac{11\pi}{12})$

(c) $\sin(\frac{7\pi}{12})$

(d) $\tan(\frac{5\pi}{12})$

16. Använd enhetscirkeln för att härleda den trigonometriska additionssatsen för $\cos(u - v)$

Ledning: Rita ut vinklarna u , v och $u-v$

3.4 Trigonometriska ekvationer

A

17. Ange alla x för vilka

(a) $\cos(\pi + x) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(b) $\sin(3x - \frac{\pi}{2}) = 0$

(c) $\cos(\frac{5x}{2}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

(d) $\cos(5x - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}$

18. För vilka vinklar i intervallet $0^\circ < v < 90^\circ$ gäller att $\sin(3v) < \frac{1}{2}$?

B

19. Visa att $\frac{1 - \sin(v)}{\cos(v)} = \frac{\cos(v)}{1 + \sin(v)}$

20. Visa att $\sqrt{2}\cos(x + \frac{\pi}{4}) = \cos(x) - \sin(x)$.

4 Block 4

De rekommendera uppgifterna för detta block är: 1ab, 2a, 3bd, 4b, 5ad, 6bc, 7c, 8cd, 9d, 11bcd, 14a

Utmaningsuppgifterna för detta block är: 4d, 15, 16

4.1 Potenser

A

1. Beräkna

- (a) 2^3
- (b) $(-2)^3$
- (c) $(-3)^2$
- (d) 8^{-2}

2. Beräkna

- (a) $(3 + 5)^2$
- (b) $3 + 5^2$
- (c) $3^2 + 5^2$
- (d) $(3 \cdot 5)^2$

3. Skriv på potensform med basen 2

- (a) 8
- (b) $\frac{1}{4}$
- (c) -32
- (d) $2 \cdot 2^{19}$

B

4. Förenkla

- (a) $a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{4}}$
- (b) $\frac{3^{\frac{5}{4}}}{9^{\frac{5}{8}}}$
- (c) $\left(\frac{81}{4}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{3}{4}}$
- (d) $(a^{10}b^5)^{\frac{3}{5}}$

5. Lös ekvationen

- (a) $(5^{\sqrt{2}})^x = 5$
- (b) $(2^\pi)^{5x} = 64$
- (c) $x^3 = -27$
- (d) $x^8 = 3^{16}$

4.2 Logaritmer

A

6. (a) Skriv talet 10000 som en potens med basen 10
(b) Bestäm $\lg 10000$
(c) Skriv talet 0,01 som en potens med basen 10
(d) Bestäm $\lg 0,01$

7. Lös ekvationen

- (a) $\lg x = 2$
- (b) $\lg x = -3$
- (c) $\lg x = 0$
- (d) $\lg x = 1$

8. Förenkla/Lös ekvationen

- (a) $\lg 24 - \lg 6$
- (b) $5\lg 2 - \lg 32$
- (c) $\ln 2 + \ln 5$
- (d) $\lg x = \lg 4 + \lg 3$

B

9. Förenkla/Lös ekvationen

- (a) $\lg (2x + 5) = \lg 24 - \lg 6$
- (b) $\lg x + \lg (x + 2) = \lg 3$
- (c) $\lg 12x - \lg (1 + x) = 1$
- (d) $\ln \sqrt{7} - \frac{1}{4} \ln 49$

10. Förenkla uttrycket och svara uttryckt i $\ln x$ och $\ln y$

- (a) $\ln x^2 - \ln y^2$
- (b) $\ln xy - \ln \frac{x}{y}$
- (c) $\ln \frac{x}{y} + \ln \frac{y}{x}$

4.3 Logaritm- och exponentialfunktioner

A

11. Lös ekvationen

- (a) $2^x = 2$
- (b) $2^x = 64$
- (c) $2^x = \frac{1}{64}$
- (d) $4^x = 2$

12. Lös ekvationen

- (a) $(e^{2x} - 2) \cdot (e^x - 1) = 0$
- (b) $e^{3x} - 3e^{2x} = 0$
- (c) $\ln x = -1$

B

13. Lös ekvationen

- (a) $\lg x = 5$
- (b) $3\ln x = \ln 3x$
- (c) $\lg x = 1 + \lg 3$
- (d) $4\lg x = -4 + 2\lg 2x$

14. Finn ett tal k så att

- (a) $10^x = e^{kx}$
- (b) $100^x = 10^{kx}$
- (c) $3^x = 4^{kx}$

15. År 2000 uppgår Sveriges BNP per capita till 250 miljoner SEK. Antag att BNP ökar med 3 % per år.

- (a) Hur hög är Sveriges BNP per capita år $2000 + t$?
- (b) Vilket år uppnår Sveriges BNP per capita 400 miljoner SEK? (*Använd den naturliga logaritmen i ditt svar*)
- (c) Hur lång tid tar det för Sveriges BNP per capita att fördubblas? Spelar det någon roll vilket startdatum man använder?

16. Betrakta exponentialfunktionen $y = 100 \cdot 1,5^x$. Med hjälp av logaritmlagarna, uttryck $\log(y)$ på formen av räta linjens ekvation ($y = kx + m$)

5 Facit

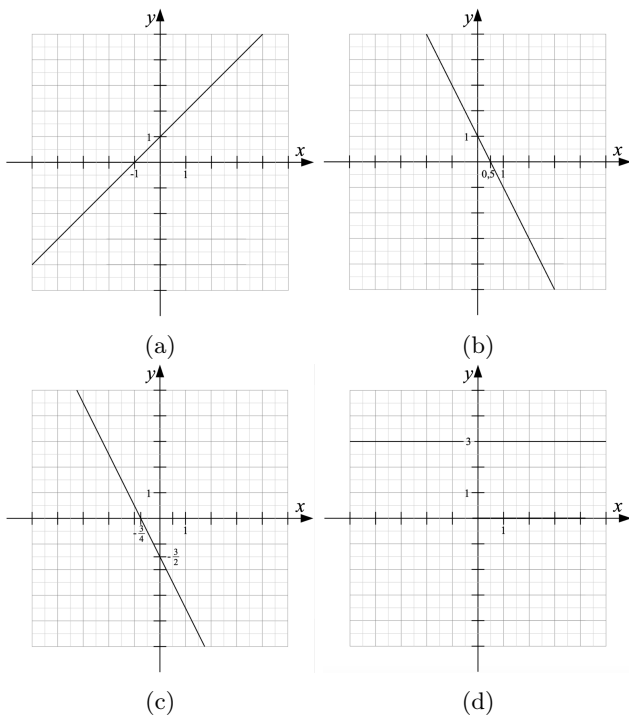
5.1 Block 1

1. (a) $\frac{2}{3}$
(b) $\frac{3}{4}$
(c) $\frac{1}{3}$
(d) $\frac{9}{20}$
2. (a) $\frac{29}{15}$
(b) $\frac{1}{4}$
(c) $\frac{29}{24}$
(d) $\frac{13}{20}$
3. (a) $\frac{1}{3}$
(b) $\frac{1}{2}$
(c) $\frac{4}{3}$
(d) $\frac{33}{14}$
4. (a) $\frac{1}{3}$
(b) $\frac{1}{2}$
(c) $\frac{1}{14}$
(d) $\frac{8}{3}$
(e) 36
5. (a) $<$
(b) $>$
(c) $<$
6. (a) Ex. $\frac{38}{45}$
(b) Ex. $\frac{41}{56}$
7. (a) $2x + 4$
(b) $\frac{1}{x+2}$
8. (a) $\frac{x}{1+2x}$
(b) *Går ej*
(c) $\frac{5}{7x+1}$
(d) $\frac{5}{2x+1}$
9. (a) Omkrets: $10x$ Area: $6x^2$
(b) Omkrets: $2\pi x$ Area: πx^2
10. (a) $-\frac{4(1+x)}{(3-x)(2-x)(2+x)}$
(b) $\frac{2+3y}{2-3y}$
(c) $\frac{t^2-1}{t^2}$ eller $1 - \frac{1}{t^2}$
(d) $\frac{K^4+K^2-2}{K^2}$ eller $1 + K^2 - \frac{2}{K^2}$
11. 40 Cyklar
12. (a) $x = 3$
(b) $x = -\frac{2}{3}$
(c) $x = \pm 2$
(d) $x = \pm 3$
13. $-\frac{x^6-2x^2+2x-12}{2x^3}$
14. (a) $x = 1$
(b) $x = 2$
15. (a) $x = 4$
(b) $x = \frac{1}{7}$
(c) $x_1 = 0, x_2 = 2$

(d) $x_1 = -2, x_2 = 3$

16. (a) $x = 2$
(b) *Saknar lösningar*
(c) $x = 5$
(d) $x = 7$

17. Lösningsgrafer



18. (a) $x = 2, y = 1$
(b) $x = 11, y = 1$
(c) $x = 3, y = -1, z = 1$

19. (a) $a = 4, b = 3$
(b) $a = 4, b = 9$

20. (a) $x = 0$ ($x=2$ är en falsk lösning/rot!)
(b) $x = -1$ (En kubikrot kan vara negativ!)
(c) $x = 1$
(d) $x_1 = 0, x_2 = 5, x_3 = -5$

21. En ekvation har lösningar, alltså dvs. den gäller bara för vissa variabler. En funktion gäller för alla värden på variabeln inom sin definitionsmängd.

22. (a) $x_{1,2} = -1, x_3 = 3$

23. (a) $y = 2x - 6$
(b) $y = -2x + 1$
(c) $y = -x + 3$
(d) $y = \frac{2}{3}x + \frac{11}{3}$

24. (a) $(-1, 3)$
(b) $(\frac{-14}{3}, 7)$
(c) $(\frac{a-3}{a-2}, \frac{a^2-6}{a-2})$ då $a \neq 2$

5.2 Block 2

1. (a) $x^2 - 4$
(b) $9x^2 - 25$
(c) $25 - x^2$
(d) $y^2 - z^2$
2. (a) $x^2 + 4x + 4$
(b) $x^2 - 6x + 9$
(c) $4 - 4x + x^2$
(d) $64 + 32x + 4x^2$
3. (a) $(x + 2)(x - 2)$
(b) $(5 - x)(5 + x)$
(c) $(3 - x)^2$
(d) $4(x + 2)^2$
4. (a) $20(x + 1)(x - 1)$
(b) $2(x - 3)(x + 3)$
(c) $15(q - 1)(q + 4)$
(d) $(3x - 1)(3x + 1)$
5. (a) $2x(5 - x)(5 + x)$
(b) $(9x - 2)(9x + 2)$
(c) $(b + 1)(4b - 3)$
(d) $(\frac{2x}{7} - \frac{1}{7})(2x - 49)$
6. (a) $\frac{3}{2x^2}$
(b) $\frac{x-5}{2}$
(c) $\frac{x(x+6)}{2}$
(d) $\frac{4}{z-5}$
7. (a) $b + a$
(b) $a - b$
(c) $\frac{1}{1-y}$
(d) $-\frac{1}{b^2+4b}$
8. (a) $\sqrt{2} + 1$
(b) $5 - 2\sqrt{6}$
(c) $\frac{5\sqrt{3}-3\sqrt{5}}{2}$
9. (a) $c = 1, (x + 1)^2$
(b) $c = 25, (y - 5)^2$
(c) $c = \frac{49}{4}, (z + \frac{7}{2})^2$
(d) $c = 100, (w - 10)^2$
10. (a) $(x + 2)^2 - 2^2$
(b) $(x - 3)^2 - 3^2$
(c) $(x + 7)^2 - 7^2$
(d) $(x - 10)^2 - 10^2$
11. (a) $(x + 2)^2 - 3^2$
(b) $(x - 3)^2 - 2^2$
(c) $(x + 7)^2 - (\sqrt{3})^2$
(d) $(x - 10)^2 - (\sqrt{101})^2$
12. (a) $(x + 4)(x - 1)$
(b) $(x - 3)(x - 7)$
(c) $(x + 1)(x + 15)$
13. (a) $(a + 3 - \sqrt{7})(a + 3 + \sqrt{7})$
(b) $(y + 4 - \sqrt{15})(y + 4 + \sqrt{15})$
(c) $(r - \frac{13}{2} - 3\sqrt{5})(r - \frac{13}{2} + 3\sqrt{5})$

- (d) $2(t + \frac{1}{2})(t - \frac{19}{2})$
14. (a) *Mittpunkt* = $(1, -2)$, *Radie* = 3
 (b) *Mittpunkt* = $(1, \frac{1}{2})$, *Radie* = $\frac{1}{2}$
15. *Mittpunkt* = $(-3, 0)$, $a = \frac{3}{2}$, $b = \frac{1}{2}$

5.3 Block 3

1. (a) $\sqrt{106}$
 (b) $\sqrt{7}$
 (c) $\sqrt{72}$
2. (a) 180°
 (b) 90°
 (c) 45°
 (d) 300°
3. (a) $\frac{\pi}{3}$
 (b) $\frac{\pi}{6}$
 (c) $\frac{3\pi}{2}$
 (d) $\frac{3\pi}{4}$
4. (a) $\sqrt{20}$ l.e.
 (b) $\sqrt{40}$ l.e.
 (c) 10 a.e.
5. (a) $\sqrt{18}$ l.e.
 (b) $\sqrt{50}$ l.e.
6. *Svar i ordning sin(v) och cos(v)*
 (a) 0, 1
- (b) 1, 0
7. *Svar i ordning sin(v), cos(v) och tan(v)*
 (a) $-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}, 1$
 (b) $\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, \sqrt{3}$
 (c) $-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{\sqrt{3}}$
 (d) $\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{\sqrt{3}}$
8. (a) $45^\circ = \frac{\pi}{4}$ rad
 (b) $60^\circ = \frac{\pi}{3}$ rad
 (c) $30^\circ = \frac{\pi}{6}$ rad
 (d) $60^\circ = \frac{\pi}{3}$ rad
 (e) $30^\circ = \frac{\pi}{6}$ rad
9. *Svar i ordning cos(v) och tan(v)*
 (a) $\frac{1}{2}, \sqrt{3}$
 (b) $-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{\sqrt{3}}$
 (c) 0 , ej def.
 (d) $-\frac{1}{\sqrt{2}}, -1$
10. (a) -1
 (b) 1
 (c) -1
11. (a) $x^2 = b^2 - a^2$
 (b) $\cos(u) = \frac{a}{b}$
 (c) $\sin(u) = \frac{x}{b}$
 (d) $\sin^2(u) + \cos^2(u) = 1$

12. *Kontrollera ditt svar med proppläraren*

Ledning: $2v = v + v$

13. (a) $-\cos(v)$

(b) $\sin(v)$

(c) $-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(v) - \frac{1}{2}\sin(v)$

(d) $\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(v) - \frac{1}{2}\sin(v)$

14. (a) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

(b) $-\frac{\sqrt{11}}{6}$

15. (a) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

(b) $-\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

(c) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

(d) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$

16. *Kontrollera ditt svar med proppläraren*

Ledning: Ställ upp uttrycket för $\cos(u-v)$. Använd cosinussatsen och avståndsformeln. Kombonera dessa och använd trigonometriska ettan.

17. (a) $x = \pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi n$, där n är ett heltal ($n \in \mathbb{Z}$)

(b) $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}$, där n är ett heltal ($n \in \mathbb{Z}$)

(c) $x = \pm\frac{\pi}{3} + \frac{4\pi n}{5}$, där n är ett heltal ($n \in \mathbb{Z}$)

(d) $x = -\frac{\pi}{60} + \frac{2\pi n}{5}$ och $x = \frac{7\pi}{60} + \frac{2\pi n}{5}$,
där n är ett heltal ($n \in \mathbb{Z}$)

18. $0^\circ < v < 10^\circ$ och $50^\circ < v < 90^\circ$

19. *Kontrollera ditt svar med proppläraren*

Ledning: I VL: förläng med konjugatet. Förenkla uttrycket med trigonometriska ettan

20. $VL = \sqrt{2}\cos(x + \frac{\pi}{4})$

$$= \sqrt{2}(\cos(x)\cos(\frac{\pi}{4}) - \sin(x)\sin(\frac{\pi}{4}))$$

$$= \sqrt{2}(\cos(x) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \sin(x) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2})$$

$$= \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos(x) - \sin(x))$$

$$= \cos(x) - \sin(x) = HL$$

5.4 Block 4

1. (a) 8

(b) -8

(c) 9

(d) $\frac{1}{64}$

2. (a) 64

(b) 28

(c) 34

(d) 225

3. (a) 2^3

(b) 2^{-2}

(c) -2^5 eller $(-2)^5$

(d) 2^{20}

4. (a) $a^{\frac{13}{12}}$

(b) 1

(c) 6

(d) a^6b^3

5. (a) $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(b) $x = \frac{6}{5\pi}$

- (c) $x = -3$
 (d) $x = 9$
6. (a) 10^4
 (b) 4
 (c) 10^{-2}
 (d) -2
7. (a) $x = 100$
 (b) $x = \frac{1}{1000}$
 (c) $x = 1$
 (d) $x = 10$
8. (a) $\lg 4$
 (b) 0
 (c) $\ln 10$
 (d) $x = 12$
9. (a) $x = -\frac{1}{2}$
 (b) $x = 1$
 (c) $x = 5$
 (d) 0
10. (a) $2\ln x - 2\ln y$
 (b) $2\ln y$
 (c) 0
11. (a) $x = 1$
 (b) $x = 6$
 (c) $x = -6$
 (d) $x = \frac{1}{2}$
12. (a) $x_1 = \frac{\ln 2}{2}$ och $x_2 = 0$
 (b) $x = \ln 3$
 (c) $x = \frac{1}{e}$
13. (a) $x = 10^5$
 (b) $x = \sqrt{3}$
 (c) $x = 30$
 (d) $x = 0,02$
14. (a) $k = \ln 10$ eller $k = \frac{1}{\lg e}$
 (b) $k = 2$
 (c) $k = \frac{\log 3}{\log 4}$
15. (a) $250 \cdot 1,03^t$ MSEK
 (b) År $2000 + \frac{\ln \frac{8}{5}}{\ln 1,03}$
 (c) $\frac{\ln 2}{\ln 1,03}$ år. Nej, det spelar ingen roll.
16. $\log(y) = \log(1,5)x + 2$

Bra jobbat! Nu när du har gått igenom Matteproppen är du redo för dina studier vid Uppsala universitet. Lycka till med allt och glöm inte att ha roligt på vägen! :)

/Propplärarna